Nueva edición
ampliada y actualizada

CUADERNILLO 2

Nueva carpeta de Matemática I

Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Ruth Schaposchnik (coord.)

Alumno/a

Curso

4. Ángulos y construcciones 3
Revisión inicial 4
Construcciones básicas 5
Trazado de rectas paralelas 5
Trazado de rectas perpendiculares 5
Mediatriz de un segmento 6
Bisectriz de un ángulo 7
Ángulos complementarios y suplementarios 8
Sistema sexagesimal 9
Operaciones con medidas angulares 12
Suma 12
Resta 13
Multiplicación por un número natural 14
División por un número natural 15
Ángulos consecutivos 16
Ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice 17
Ángulos en el triángulo 19
Más sobre triángulos 20
Construcción de triángulos 21
Ángulos en los cuadriláteros 22
Más sobre cuadriláteros 23
Clasificación de los cuadriláteros 23
Ángulos en los polígonos 24
Ángulos en la circunferencia 25
Construcción de polígonos 26
En el mundo real 27
Embaldosados naturales 27
Ángulos en el fútbol: los arqueros y el "achique" 28
Más actividades 29
Autoevaluación 30
Actividades integradoras 31

AIQUE

Este CUADERNILLO 2 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática I.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu

COPIEDICIÓN
Maricel Besse

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Claudia María Bevacqua Arbet

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Marcela Jiménez
Gabriel Lauría
Leda Rensin
Estudio DOBLEVUELO

ILUSTRACIONES
Marco Baldi
Alejandra Lunik
Diego Stigliano
Melina Canale (aperturas)

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique
Leandro Piacentino

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Ivana Dodero en el control de los resultados.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Fco. Acuña de Figueroa 352 (C1180AAF)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
I.S.B.N. 978-987-06-0058-9
Primera edición - Primera reimpresión

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

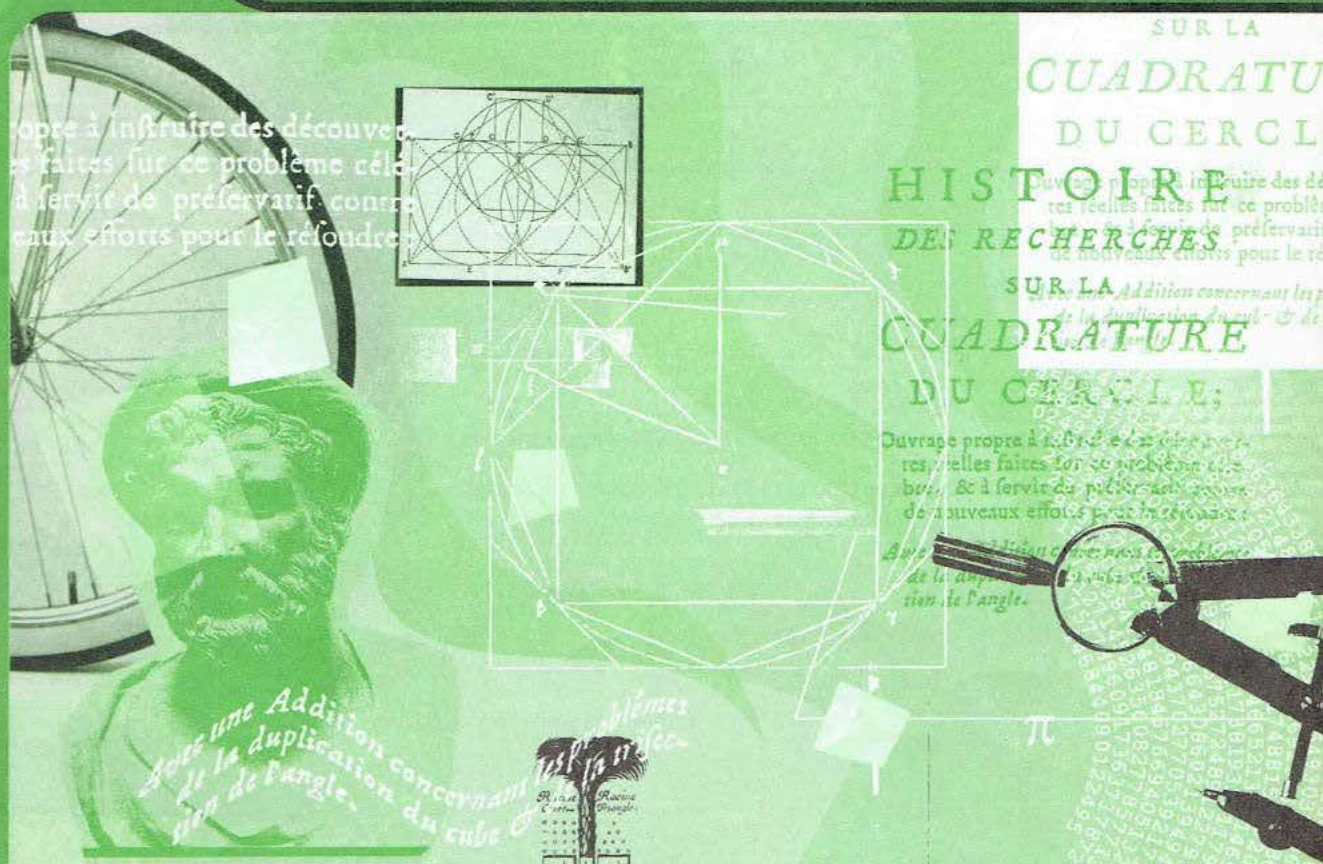
Nueva carpeta de matemática I / Ruth Schaposchnik...[et.al.]. - 1a ed. 1a reimp. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
288 p. : il. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0058-9

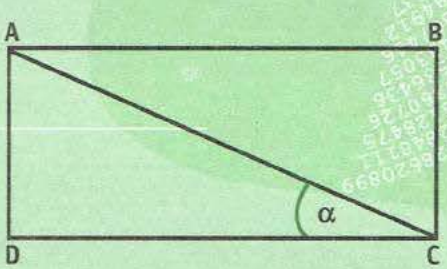
1. Matemática. 2. Educación Primaria Básica.
CDD 372.7

Esta edición se terminó de imprimir en noviembre de 2007 en Morello S.A., Victor Martínez 1881, Ciudad de Buenos Aires.

4 ÁNGULOS Y CONSTRUCCIONES



La Geometría nació ante la necesidad humana de resolver algunos problemas prácticos, pero posteriormente se desarrolló mediante un intenso trabajo de abstracción mental. Los objetos de la Geometría no pertenecen a nuestro espacio físico, sino a un espacio ideal, y los dibujos trazados son representaciones de esos objetos ideales.

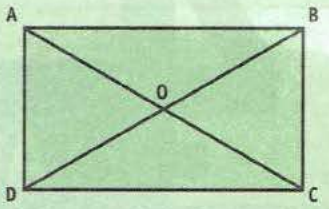


● El cuadrilátero **ABCD** es un rectángulo y $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son sus diagonales. ¿Pueden calcular las medidas de los ángulos que determinan las diagonales al cortarse, si conocen la medida del $\hat{\alpha}$? ¿Cómo?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 Busquen en el rectángulo ABCD de la figura los siguientes elementos y menciónenlos. Recuerden que tanto los segmentos paralelos como los perpendiculares son aquellos que están incluidos en rectas con esas características.



Un ángulo...		Un par de segmentos...	
• agudo	$B\hat{O}C$	• paralelos	
• recto		• perpendiculares	
• obtuso		• que no sean paralelos ni perpendiculares	
• llano			
• cóncavo			

2 Indiquen cuáles de estas frases son falsas y expliquen por qué.

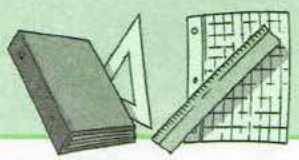
a) Los ángulos menores que un llano se llaman convexos.

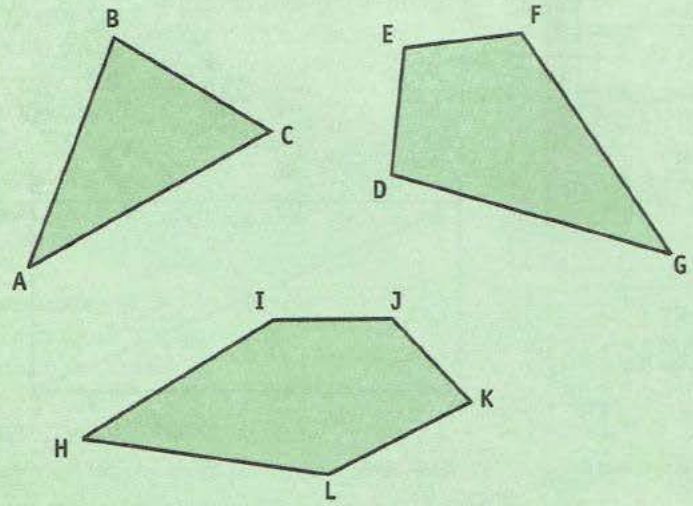
b) Los lados de un ángulo recto son semirrectas opuestas.

c) Al trazar dos rectas perpendiculares, se determinan cuatro ángulos iguales.

d) Los lados de un ángulo llano son semirrectas perpendiculares.

3 Todos estos polígonos tienen un ángulo de la misma amplitud.





a) Utilicen papel de calcar para descubrir cuál es ese ángulo en cada figura.

b) Construyan con regla y compás un ángulo de la misma amplitud que el que encontraron.

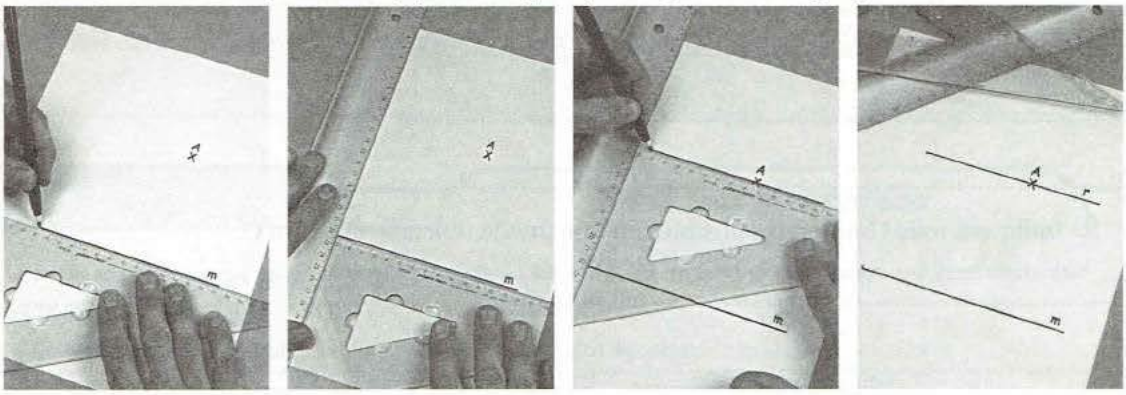
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Construcciones básicas

Para observar

Trazado de rectas paralelas

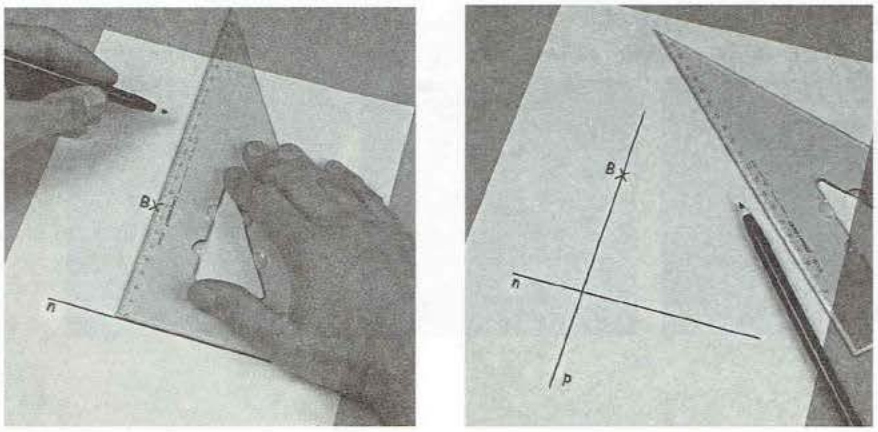
Así trazamos una recta r paralela a m, que contenga al punto A, utilizando regla y escuadra.



m // r se lee: *la recta m es paralela a la recta r.*

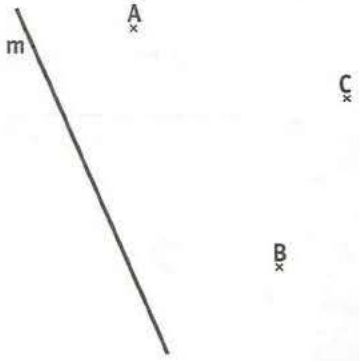
Trazado de rectas perpendiculares

Así trazamos la recta p perpendicular a n, que pasa por el punto B, usando la escuadra.



p ⊥ n se lee: *la recta p es perpendicular a la recta n.*

4 Utilicen una regla y una escuadra y realicen los trazados pedidos, en la figura.



a) La recta **n** perpendicular a **m** que pasa por **A**.

b) La recta **t** paralela a **m** que contiene a **B**.

c) La recta **r** paralela a $\overline{AB}$ que contiene a **C**.

d) La recta **l** perpendicular a **r** que pasa por **B**.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Mediatriz de un segmento

5 Observen el segmento **MP**.

a) Marquen un punto **O** de tal manera que el triángulo **MOP** sea isósceles y que $\overline{MO}$ y $\overline{PO}$ sean los lados iguales.

b) Expliquen cómo lo hicieron.

M P

.....

.....

.....

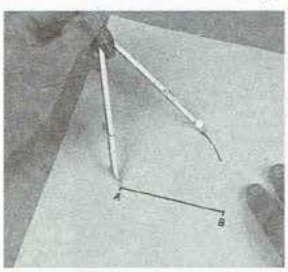
c) Indiquen todos los lugares posibles en que puede ubicarse el punto **O**.

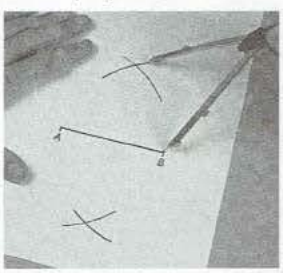
.....

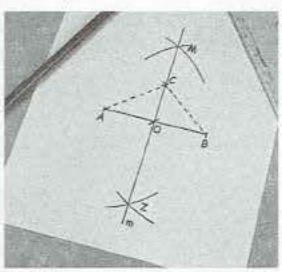
.....

Para leer y recordar

- **Todos los puntos que están a igual distancia de los extremos de un segmento conforman una recta que es la *mediatriz* del segmento.**
- **La mediatriz de un segmento es perpendicular a este en su punto medio.**







La recta m es la mediatriz del segmento AB.

$m \perp \overline{AB}$
$\overline{AO} = \overline{BO}$
$\overline{AC} = \overline{BC}$

6 Tracen la mediatriz del segmento **RS** con regla y compás.

R S

7 Dibujen el segmento **PQ** de 6,5 cm y divídanlo en 4 partes iguales utilizando compás y regla.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Bisectriz de un ángulo

8 Sigan las instrucciones que se dan a continuación y, luego, respondan a la pregunta.

a) Dibujen un triángulo cualquiera en un trozo de papel y recórtenlo.

b) Marquen uno de sus ángulos y llámenlo α.

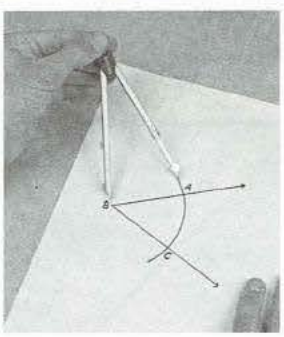
c) Doblen el papel de modo que coincidan los lados del ángulo α.

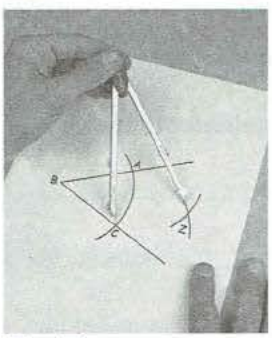
¿Qué pueden decir de los ángulos determinados por el "doblez" respecto del ángulo α?

.....

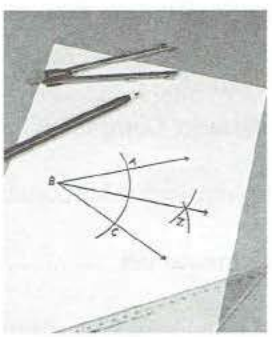
Para leer y recordar

- **Todos los puntos que están a igual distancia de los lados de un ángulo conforman una semirrecta que es la *bisectriz* del ángulo.**
- **La bisectriz de un ángulo divide a este en dos ángulos iguales.**





$\overline{AZ} = \overline{CZ}$

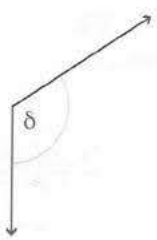


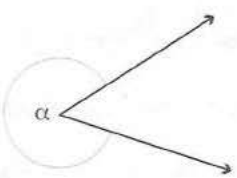
La semirrecta BZ es la bisectriz del ángulo ABC.

$\hat{ABZ} = \hat{CBZ}$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

9 Construyan la bisectriz de cada uno de estos ángulos.





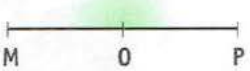
10 Dibujen un ángulo obtuso y divídanlo en cuatro ángulos iguales utilizando compás y regla.

11 ¿Es cierto que la mediatriz del $\overline{MP}$ contiene a la bisectriz del $\hat{MOP}$? ¿Por qué?

.....

.....

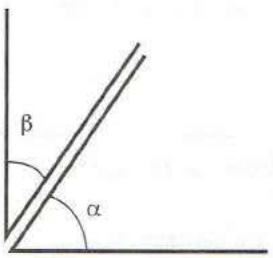
.....



Ángulos complementarios y suplementarios

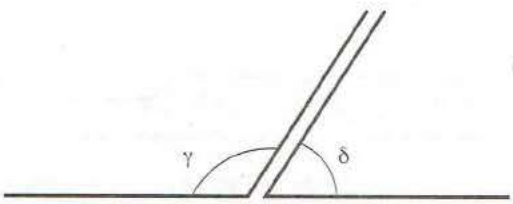
Para leer y recordar

- Los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son *complementarios* porque suman un recto.



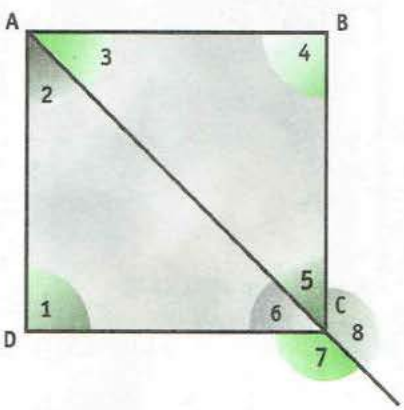
El $\hat{\alpha}$ es un complemento del $\hat{\beta}$.
El $\hat{\beta}$ es un complemento del $\hat{\alpha}$.

- Los ángulos $\hat{\delta}$ y $\hat{\gamma}$ son *suplementarios* porque suman un llano.



El $\hat{\delta}$ es un suplemento del $\hat{\gamma}$.
El $\hat{\gamma}$ es un suplemento del $\hat{\delta}$.

12 ABCD es un cuadrado. Completen las siguientes oraciones.



a) El $\hat{6}$ es un complemento del ..... .

b) El $\hat{7}$ es un suplemento del ..... .

c) ..... es un suplemento del $\hat{4}$.

d) El $\hat{2}$ y ..... son complementarios.

e) El $\hat{6}$ y el $\hat{8}$ son ..... .

13 Unan con una línea cada pregunta con su respuesta correcta.

a) ¿Cuándo el complemento de un ángulo agudo es otro ángulo agudo?

b) ¿Cuándo el suplemento de un ángulo agudo es otro ángulo agudo?

c) ¿Cuándo son iguales dos ángulos suplementarios?

d) ¿Cuándo el suplemento de un ángulo obtuso es un ángulo agudo?

e) ¿Cuándo el complemento de un ángulo recto es un ángulo nulo?

Siempre.

A veces.

Nunca.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Sistema sexagesimal

Para leer y recordar

- Para expresar medidas de ángulos y medidas de tiempo, se utiliza el sistema *sexagesimal*, que tiene base 60 y cuya unidad fundamental es el *grado* (°).
- Un ángulo de 1° se obtiene dividiendo en 90 partes iguales al ángulo recto.
- Para medir fracciones de grado, hay unidades más pequeñas: el *minuto* (′) y el *segundo* (″), que se obtienen dividiendo por 60 a la unidad de orden inmediato superior.

$$1' = \frac{1^\circ}{60} \qquad 1'' = \frac{1'}{60}$$

En adelante escribiremos, por ejemplo, $\hat{\alpha} = 60^\circ\ 30'\ 15''$, para referirnos a que *la medida de* $\hat{\alpha}$ es sesenta grados, treinta minutos, quince segundos.

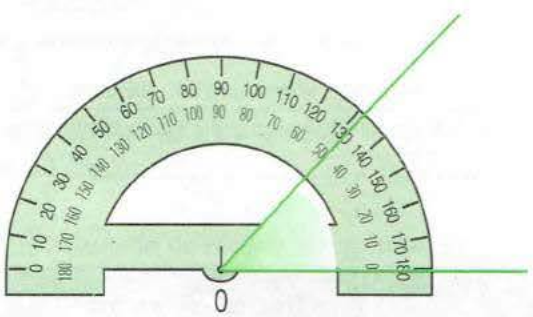
14 De acuerdo con la información anterior, completen las siguientes frases.

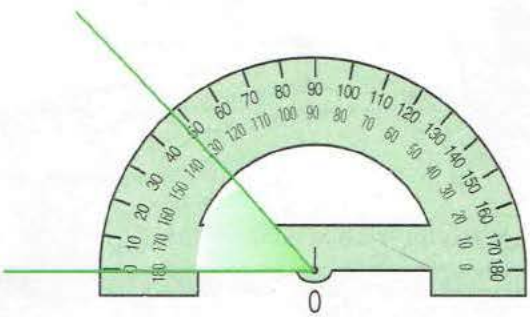
a) Un grado sexagesimal equivale a _____ minutos.

b) Un minuto equivale a _____ segundos.

c) Un ángulo recto mide _____ grados; un ángulo llano mide _____ grados, y un ángulo de un giro mide _____ grados.

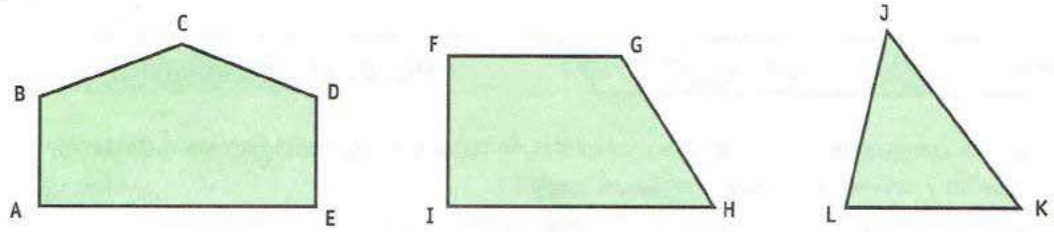
15 ¿Quién tiene razón, Gastón o Julieta? ¿Por qué se produjo esta discusión?





© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

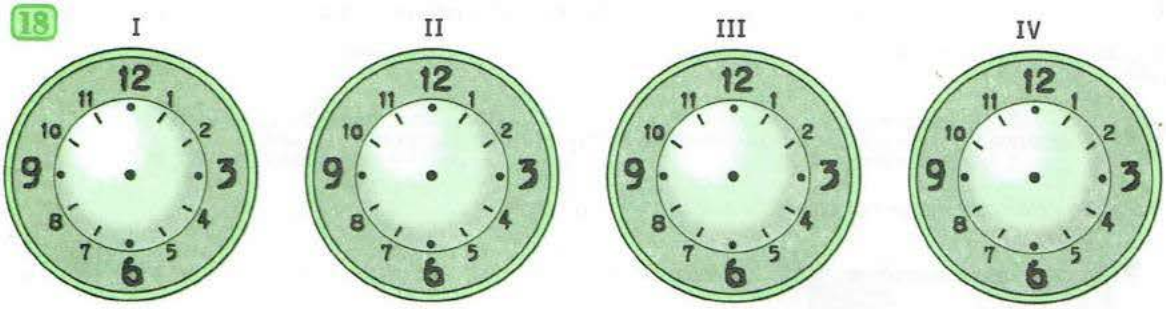
16 Midan con el transportador los ángulos interiores de estos polígonos y clasifíquenlos en agudos, rectos y obtusos.



17 Construyan un cuadrilátero **MPQR**, de acuerdo con las medidas indicadas. Luego midan el ángulo faltante y completen la igualdad.

$\hat{M} = 32°$ $\hat{P} = 95°$ $\hat{Q} = 120°$ $\hat{R} =$ .....

18



15:00 18:30 1:12 20:24

a) Dibujen las agujas de los relojes, de modo que muestren los horarios indicados y, luego, calculen estimativamente la medida del ángulo convexo que queda formado en cada caso.

b) Calculen exactamente cada ángulo convexo. Recuerden que, por cada 12 minutos que pasan, la aguja horaria recorre un ángulo de 6°.

.....

.....

.....

19 Completen la tabla.

Medida en grados, minutos y segundos	Medida en minutos y segundos	Medida en segundos
16° 30′		
		9999″
105° 52″		
	50′ 20″	
43° 25′ 19″		

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

20 El gato Espinazo vive esperando la hora de la comida. Como su dueña ya lo conoce, cada vez que maúlla en la puerta de la cocina, le contesta algo distinto.

¿En qué horarios acostumbra Espinazo a maullarle a su dueña por comida?

.....

.....

21 En un supermercado, se utiliza un altoparlante para anunciar a los clientes las ofertas del día. El mensaje dura un minuto y lo repiten a los 5 minutos de haber terminado.

a) Calculen mentalmente cuántas veces al día se escucha el mensaje, si el supermercado abre a las ocho de la mañana con el primer mensaje y cierra a las diez de la noche.

b) Calculen cada cuántos minutos habría que pasar el mensaje para que sólo se escuchara 56 veces al día.

22 Al abuelo de Melina le regalaron un CD como el de la figura pero, como él no tiene reproductor de CD, le pidió a su nieta que se lo grabara en un casete para poder escucharlo.
Realicen las estimaciones y los cálculos necesarios para contestar a las preguntas.

a) ¿Puede hacerlo en un casete de 60 minutos?

b) ¿Cómo debería distribuir las canciones para que ninguna quedara cortada?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Operaciones con medidas angulares

Suma

23 Entre todos los ángulos que se dan a continuación, hay un par de complementarios y un par de suplementarios. Descubran cuáles son.

$\hat{A} = 25° 15' 20''$ $\quad \hat{C} = 60° 59' 59''$ $\quad \hat{E} = 65° 45' 40''$

$\hat{B} = 100° 20''$ $\quad \hat{D} = 119° 1''$ $\quad \hat{F} = 64° 44' 40''$

Para observar

Para calcular 34° 46′ 29″ + 71° 52′ 48″, podemos hacer así:

$$\begin{array}{rrrr} & 34° & 46' & 29'' \\ + & 71° & 52' & 48'' \\ \hline & 105° & 98' & 77'' \\ & 105° & 99' & 17'' \\ & 106° & 39' & 17'' \end{array}$$

- Sumamos por separado los grados, los minutos y los segundos.
- Como 77 es mayor que 60, restamos 60″ (60″ = 1′), y agregamos 1′ a los 98′ que ya teníamos.
- Procedemos en forma similar con los minutos, cuando la suma haya resultado mayor que 60, como en este caso.

24 Dibujen un triángulo, un cuadrilátero y un pentágono de cualquier medida. Luego sigan estas indicaciones.

a) Midan todos los ángulos interiores de las figuras que dibujaron y anoten las medidas.

b) Sumen las medidas de los ángulos de cada figura y anoten los resultados.

c) Comenten entre todos los resultados y enuncien alguna conclusión.

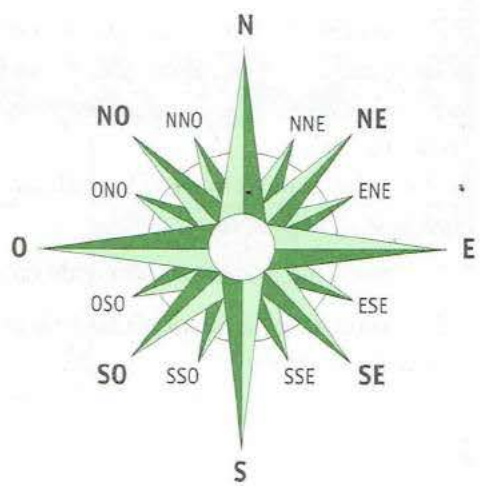
25 Un barco que navega en dirección al Norte gira su timón 45° al Oeste. Al cabo de un tiempo, vuelve a girar 22° 30′ al Oeste y, por último, 90° en el mismo sentido.

a) ¿Qué rumbo lleva ahora?

.....

b) ¿Qué viraje debería realizar para posicionarse en dirección al Este?

.....



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Resta

26 Completen la tabla.

$\hat{\alpha}$	Complemento del $\hat{\alpha}$	Suplemento del $\hat{\alpha}$
48° 23′		
	77° 20′ 46″	
		112° 59′ 17″
	30′	
		55″

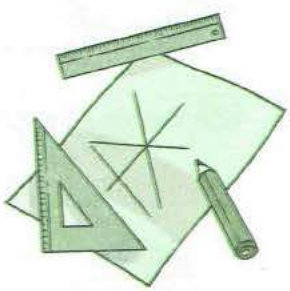
Para observar

Para calcular 74° 16′ 29″ − 35° 48′ 37″, podemos hacer así:

1° = 60′ 1′ = 60″

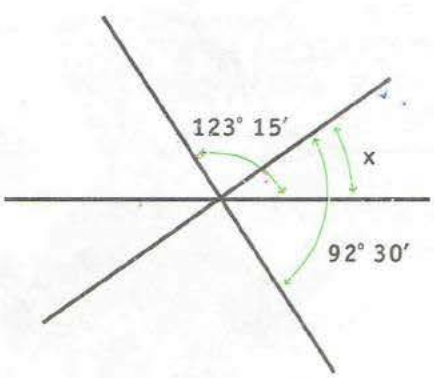
	73°	75′	89″
−	~~74°~~	~~16′~~	~~29″~~
	35°	48′	37″
	38°	27′	52″

- Como 37 es mayor que 29, descontamos 1′ de los 16′ que tenemos, lo transformamos en segundos (1′ = 60″), y les sumamos esos 60″ a los 29″ que ya teníamos.
- Procedemos en forma similar con los minutos, cuando sea necesario, como en este caso.
- Por último, restamos grados, minutos y segundos por separado.

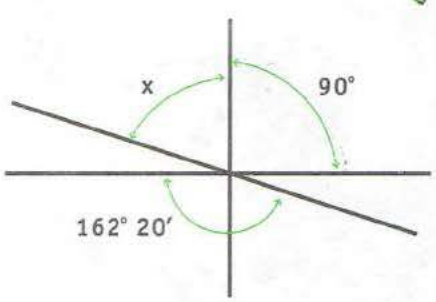


27 Averigüen la medida del ángulo x en cada caso.

a)



b)



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

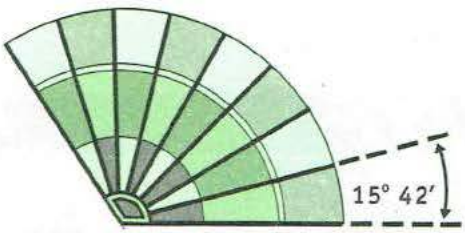
Multiplicación por un número natural

28 Calculen.

a) El doble de 38° 40' 16".

b) El triple de 112° 25' 31".

c) La medida de la abertura del abanico.



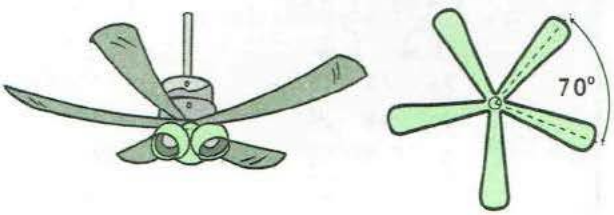
Para observar

Para calcular 49° 38' 51" . 6, podemos hacer así:

49°	38'	51"
x 6	x 6	x 6
294°	228'	306"
	3° 48'	5' 6"
+ 3°	+ 5'	
297°	53'	6"

- Multiplicamos por 6 los grados, los minutos y los segundos por separado.
- Expresamos la medida de los segundos, en minutos y segundos, y la de los minutos, en grados y minutos.
- Sumamos los grados y los minutos por separado.

29 En el folleto de instrucciones de un ventilador de techo, aparece el esquema que ven en la figura, que tiene un error. ¿En qué se equivocaron?



30 Gastón y Julieta discuten nuevamente. ¿Es cierto lo que dice Julieta?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

División por un número natural

31 Realicen los siguientes cálculos.

a) La mitad de 149° 16' 48".

b) La tercera parte de 278° 27".

c) Los $\frac{2}{5}$ de 63° 40".

Para observar

Para calcular 208° 27' 36" : 5, podemos hacer así:

208° 27' 36" | 5

3° = 180' — 41° 41' 31"

207'

2' = 120"

156"

1"

- **Primero dividimos los grados.**
- **El *resto* lo expresamos en minutos y lo sumamos a los minutos que teníamos para dividir.**
- **Dividimos los minutos.**
- **El *resto* lo expresamos en segundos y lo sumamos a los segundos que ya teníamos.**
- **Por último, dividimos los segundos.**

32 Resuelvan las siguientes situaciones, expresen la respuesta en horas y minutos. Recuerden que las medidas de tiempo se expresan en sistema sexagesimal.

a) Silvana vive a 12 minutos y medio de colectivo de la escuela. ¿Cuánto tiempo viaja por semana si se cuenta la ida y la vuelta?

.....

b) Matías trabaja 46 horas y cuarto por semana, de lunes a viernes. ¿Cuál es el promedio de horas que trabaja por día?

.....

c) Juan entra a la escuela a las 7:45 y sale a las 12:15. Tiene dos recreos de 15 minutos cada uno. Si aproximadamente las dos terceras partes de las horas de clase las pasa escribiendo, ¿durante cuánto tiempo escribe por día? ¿Y por semana?

.....

33 Calculen mentalmente.

a) El complemento de 65°. .....

b) El suplemento de 115°. .....

c) El doble de 42° 30'. .....

d) La mitad de 47°. .....

e) Las dos terceras partes de 60°. .....

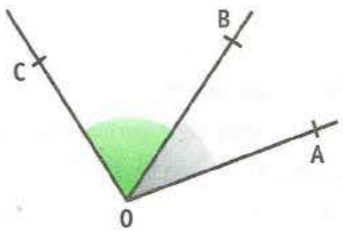
f) El tiempo total de recreo que tienen por semana, expresado en horas y minutos. .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

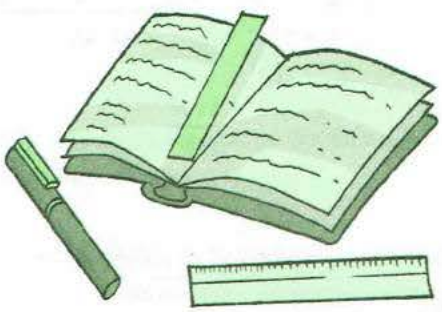
Ángulos consecutivos

Para leer y recordar

Dos ángulos son *consecutivos* cuando tienen solamente el vértice y un lado en común.



El $A\hat{O}B$ y el $B\hat{O}C$ son consecutivos.



34 Dibujen un par de ángulos que sean:

a) consecutivos y complementarios.

b) consecutivos y suplementarios.

c) consecutivos, y que su suma sea un ángulo obtuso.

d) consecutivos, y que su suma sea un ángulo cóncavo.

e) no consecutivos, con un lado en común.

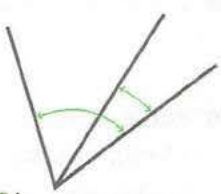
35 Indiquen cuáles de los siguientes pares de ángulos son consecutivos, cuáles no, y expliquen por qué en cada caso.

a)

.....

.....

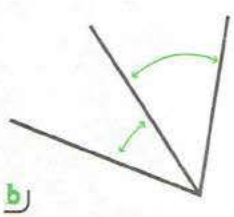
c)



.....

.....

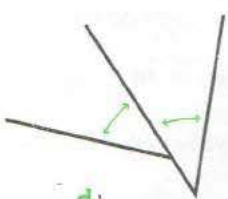
b)



.....

.....

d)



.....

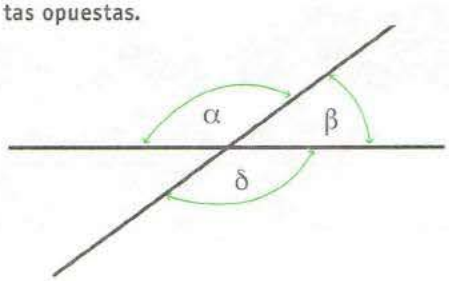
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice

Para leer y recordar

- Dos ángulos son *adyacentes* cuando son consecutivos y sus lados no comunes son semirrectas opuestas.
- Dos ángulos son *opuestos por el vértice* cuando tienen el vértice en común y sus lados son semirrectas opuestas.

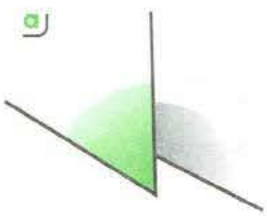


El $\hat{\alpha}$ y el $\hat{\beta}$ son adyacentes.

El $\hat{\delta}$ y el $\hat{\alpha}$ son opuestos por el vértice.

36 Indiquen cuáles de los siguientes pares de ángulos son adyacentes y cuáles no. Expliquen por qué.

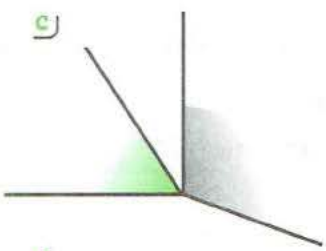
a)



.....

.....

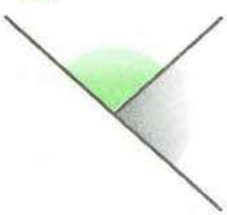
c)



.....

.....

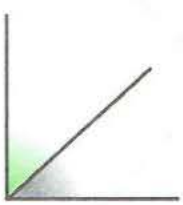
b)



.....

.....

d)



.....

.....

37 Expliquen por qué, esta vez, tanto Gastón como Julieta tienen razón.

.....

.....

.....

.....

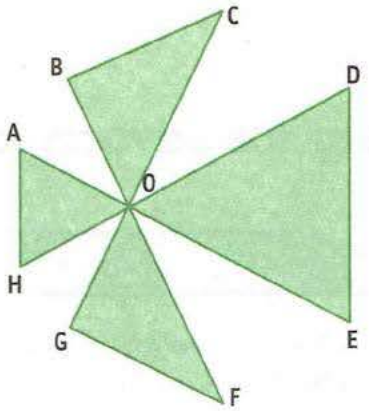
.....

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

38 Observen detenidamente la figura. Identifiquen algunos pares de ángulos de la clase que se menciona en cada fila de la tabla y coloquen los nombres de estos en los casilleros correspondientes.



Pares de ángulos	Nombres
• opuestos por el vértice	
• adyacentes	
• consecutivos no adyacentes	
• suplementarios no adyacentes	

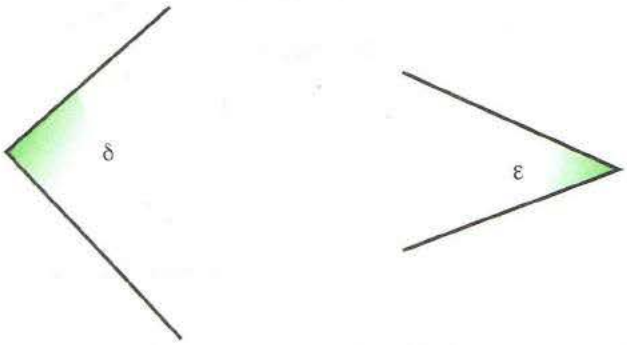
39 Observen los ángulos δ y ε de la figura y construyan:

a) El $\hat{\alpha}$ adyacente al $\hat{\delta}$.

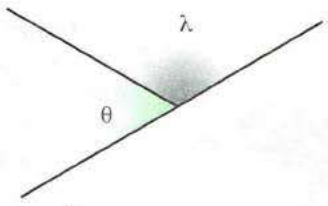
b) El $\hat{\beta}$ opuesto por el vértice del $\hat{\delta}$.

c) El $\hat{\gamma}$ adyacente al $\hat{\varepsilon}$.

d) El $\hat{\varphi}$ opuesto por el vértice del $\hat{\varepsilon}$.



40 Construyan con compás y regla las bisectrices del $\hat{\lambda}$ y del $\hat{\theta}$.



a) ¿Cómo se relacionan el $\hat{\lambda}$ y el $\hat{\theta}$? .....

b) ¿Qué ángulo forman las bisectrices del $\hat{\lambda}$ y del $\hat{\theta}$? .....

c) Dibujen otro par de ángulos adyacentes y tracen la bisectriz de cada uno. Midan el ángulo que forman las bisectrices.

d) Enuncien alguna conclusión.

.....

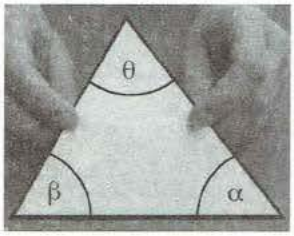
.....

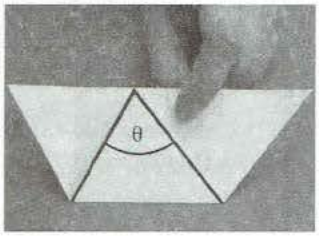
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

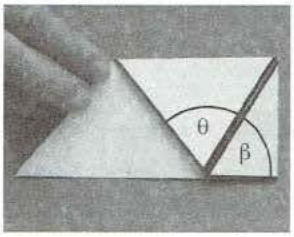
Ángulos en el triángulo

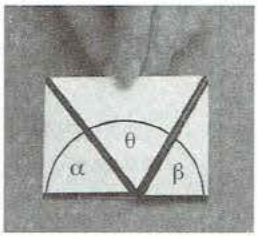
41 Realicen la siguiente experiencia.

Dibujen un triángulo cualquiera en un trozo de papel, marquen y nombren sus ángulos y recórtenlo. Realicen los plegados que se muestran en las fotos, de manera que los vértices de los tres ángulos interiores del triángulo coincidan en un punto.









a) Repitan la experiencia con triángulos de diferentes características y medidas, y observen lo que ocurre.

b) A partir de lo observado, completen la siguiente igualdad.

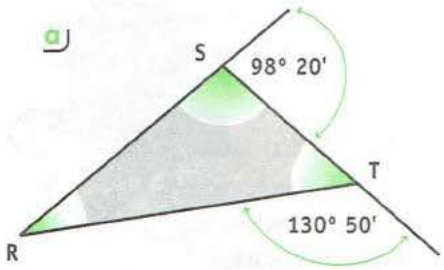
$\hat{\alpha} + \hat{\theta} + \hat{\beta} =$ ____

42 Enuncien la propiedad expresada mediante la igualdad anterior.

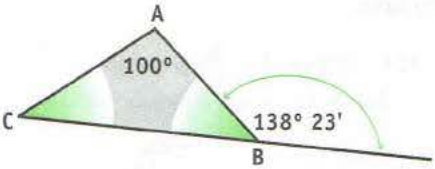
.....

43 Calculen los ángulos interiores faltantes en cada uno de los triángulos y luego anoten sus nombres en el casillero que corresponda del cuadro, como en el ejemplo.

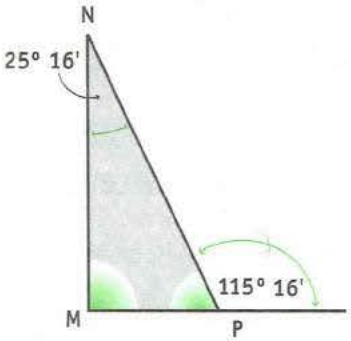
a)



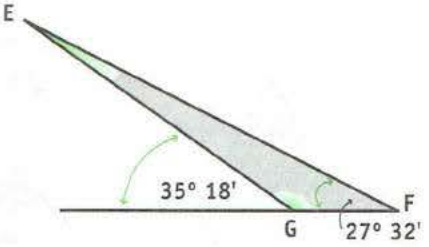
b)



c)



d)



Sus tres ángulos son agudos.	
Tiene un ángulo recto.	
Tiene un ángulo obtuso.	$A\hat{B}C$

© Arque Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Más sobre triángulos

Para leer y recordar

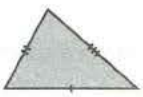
Clasificación de los triángulos

Según sus lados

Equilátero:
tiene los tres lados iguales.

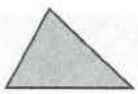
Isósceles:
tiene, por lo menos, dos lados iguales.

Escaleno:
tiene los tres lados distintos.

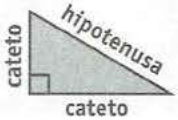


Según sus ángulos

Acutángulo:
tiene los tres ángulos agudos.



Rectángulo:
tiene un ángulo recto.



Obtusángulo:
tiene un ángulo obtuso.

44 Observen las figuras anteriores y construyan otras similares. Tomen las medidas necesarias y completen con "iguales" o "distintos", según corresponda.

a) Los ángulos interiores del triángulo escaleno son ..... .

b) Los ángulos opuestos a los lados iguales de un triángulo son ..... .

c) En el triángulo equilátero, los tres ángulos son ..... .

45 Identifiquen y anoten cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

a) Si un triángulo es equilátero, también es isósceles.

b) Todo triángulo isósceles es equilátero.

c) Un triángulo obtusángulo puede ser isósceles.

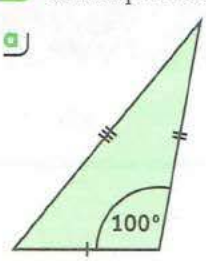
d) Un triángulo equilátero puede ser rectángulo.

e) Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son siempre complementarios.

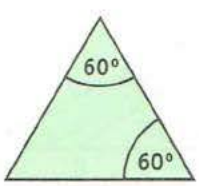
f) Un triángulo escaleno puede ser rectángulo.

46 Clasifiquen cada triángulo de acuerdo con los datos de las figuras.

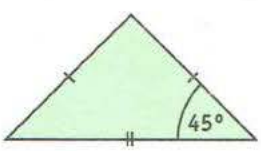
a)



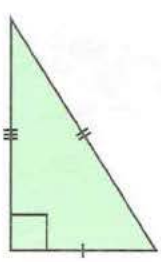
b)



c)



d)



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Construcción de triángulos

47 Construyan los triángulos **ABC** y **MPQ**, según las medidas de la tabla. Completen las casillas en blanco con la clasificación de los triángulos.

Medidas de los lados	Según sus lados	Según sus ángulos
$\overline{AB}$ = 4 cm; $\overline{BC}$ = 5 cm; $\overline{CA}$ = 6 cm		
$\overline{MP}$ = 10 cm; $\overline{PQ}$ = 7 cm; $\overline{QM}$ = 5 cm		

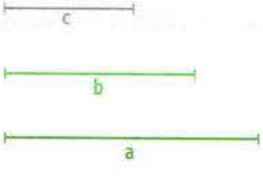
48 ¿Es posible construir un triángulo isósceles cuyos lados tengan las siguientes medidas: $\overline{DE}$ = $\overline{EF}$ = 4,5 cm; $\overline{FD}$ = 10 cm? ¿Por qué?

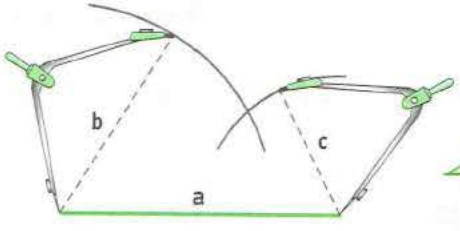
.....

Para leer y recordar

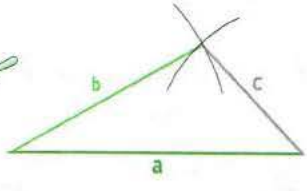
Con las medidas de tres segmentos, podemos construir un triángulo que tenga por lados a esos segmentos. Lo hacemos así:

Datos





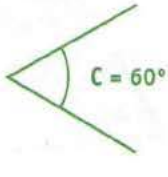
Primero, trazamos el segmento a. Luego, pinchamos con el compás, en sus extremos y marcamos dos arcos con las medidas de los otros dos lados.

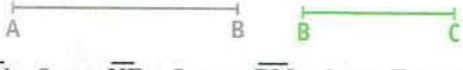


El punto donde se cortan los arcos es el tercer vértice.

La construcción anterior es posible siempre que la medida de cualquiera de los segmentos sea menor que la suma de las medidas de los otros dos.

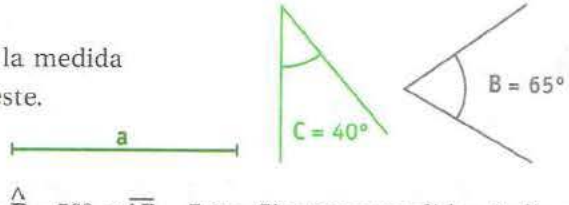
49 Construyan el triángulo **ABC**, conociendo la medida de dos de sus lados y del ángulo que forman. Recuerden que, en este caso, deberán usar el transportador además del compás.





50 Dibujen un triángulo de lados $\overline{MN}$ = 3 cm; $\overline{NP}$ = 5 cm y $\overline{PM}$ = 6 cm. Tomen las medidas necesarias y clasifíquenlo de acuerdo con sus ángulos.

51 Construyan el triángulo **ABC**, conociendo la medida de uno de sus lados y los ángulos adyacentes a este.



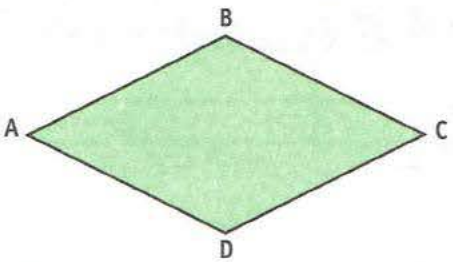
52 Construyan un triángulo, sabiendo que $\hat{A}$ = $\hat{B}$ = 50°, y $\overline{AB}$ = 7 cm. Sin tomar medidas, indiquen qué tipo de triángulo es, según sus lados.

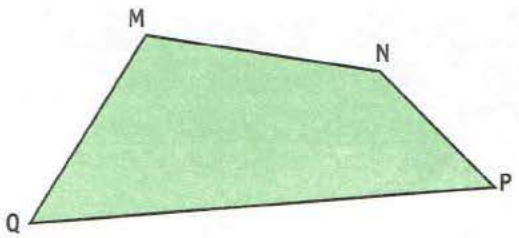
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Ángulos en los cuadriláteros

53 Sigan los pasos que se indican a continuación.

a) Marquen con color cada uno de los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros.





b) Tracen una diagonal en cada uno. Cada polígono quedará dividido en dos triángulos.

c) Numeren los ángulos interiores de cada triángulo.

d) Observen cómo se relacionan los ángulos marcados en color con los ángulos numerados y completen las igualdades siguientes.

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} =$ ..... $\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} + \hat{Q} =$ .....

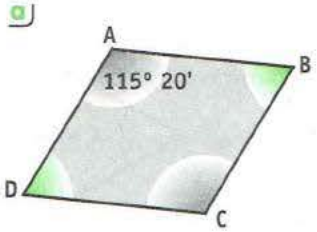
54 Enuncien la propiedad de los ángulos interiores de un cuadrilátero, expresada en las igualdades anteriores.

.....

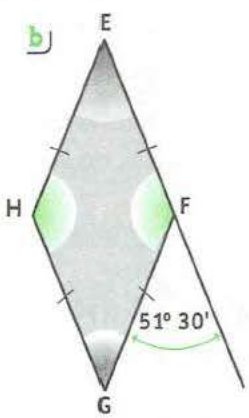
.....

55 Calculen la medida de los ángulos interiores faltantes en cada cuadrilátero. Tengan en cuenta que los ángulos que están señalados con el mismo color son iguales.

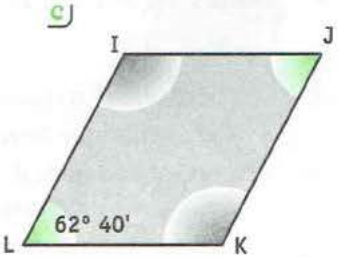
a)



b)



c)



56 Construyan un cuadrilátero que tenga los cuatro ángulos iguales. ¿De qué figura se trata? ¿Es la única respuesta posible?

57 Construyan un cuadrilátero que tenga un ángulo de 126°, otro de 64° y los otros dos ángulos iguales. Expliquen cómo realizan la construcción.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

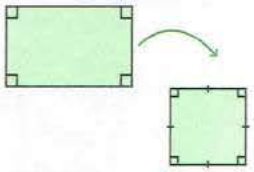
Más sobre cuadriláteros

Para leer y recordar

Clasificación de los cuadriláteros

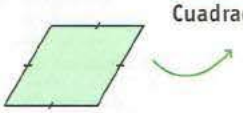
Paralelogramos (lados opuestos paralelos)

Rectángulo: tiene los cuatro ángulos rectos.

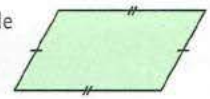


Cuadrado

Rombo: tiene los cuatro lados iguales.

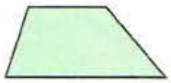


Paralelogramo: tiene dos pares de lados opuestos paralelos.

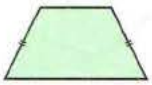


No paralelogramos

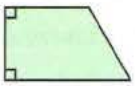
Trapecio: sólo dos lados paralelos.



Trapecio escaleno

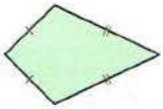


Trapecio isósceles: tiene un par de lados opuestos iguales.

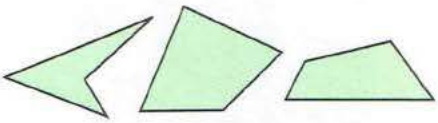


Trapecio rectángulo: tiene dos ángulos rectos.

Romboide



Otros cuadriláteros



58 Tracen las diagonales de todos los paralelogramos, todos los trapecios y del romboide de esta página. Completen el cuadro de doble entrada con cruces en los casilleros correspondientes.

Diagonales	Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Paralelogramo	Trapecio escaleno	Trapecio isósceles	Trapecio rectángulo	Romboide
Iguales								
Perpendiculares								
Se cortan en su punto medio								

59 Realicen las siguientes construcciones.

a) Un rombo cuyas diagonales midan 3 cm y 5 cm, respectivamente.

b) Un rectángulo con un lado de 4 cm y diagonales de 6 cm.

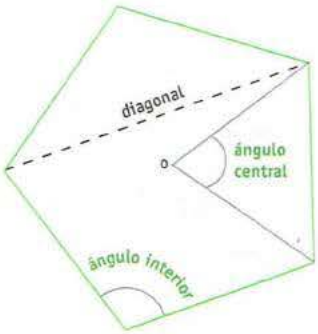
c) Un paralelogramo con una diagonal de 5 cm y un lado de 4 cm.

d) Un romboide con una diagonal de 6 cm y lados de 3 cm y 4 cm, respectivamente.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Ángulos en los polígonos

Para leer y recordar

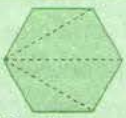


- Llamamos *polígonos regulares* a los que tienen todos sus lados y todos sus ángulos interiores iguales.

- Para identificar a los polígonos de más de cuatro lados, se utilizan prefijos griegos.

Número de lados	Nombre
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
12	dodecágono

60 Completen la tabla.

Figura	Número de lados	Número de triángulos	Suma de los ángulos interiores
Pentágono			
 Hexágono			
	7		
		6	
			1800°
Polígono de *n* lados	*n*		

61 Calculen la medida de un ángulo interior de los siguientes polígonos regulares.

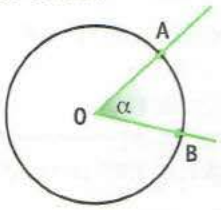
a) Pentágono. b) Heptágono. c) Octógono. d) Dodecágono.

© Àique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

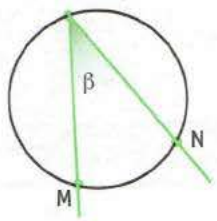
Ángulos y circunferencias

Para leer y recordar

- Se llama *ángulo central* el que tiene su vértice en el centro de una circunferencia. Por ejemplo, el $\hat{\alpha}$ es un ángulo central.



- Se llama *ángulo inscripto* el que tiene su vértice en un punto de la circunferencia y sus lados la cortan. Por ejemplo, el $\hat{\beta}$ es un ángulo inscripto.



- Decimos que cada uno de estos ángulos abarca un *arco* de circunferencia. Por ejemplo, el $\hat{\alpha}$ abarca el arco AB, y el $\hat{\beta}$ abarca el arco MN.

62 Tracen una circunferencia y en ella dibujen:

a) un ángulo central que abarque un arco de $\frac{1}{4}$ de circunferencia.

b) tres ángulos inscriptos que abarquen el mismo arco.

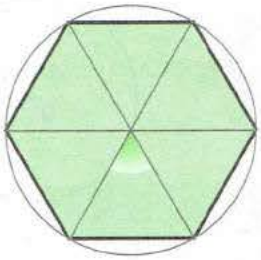
c) un ángulo inscripto que abarque una semicircunferencia.

63 Calculen la medida de un ángulo central que abarca una novena parte de la circunferencia.

.....

.....

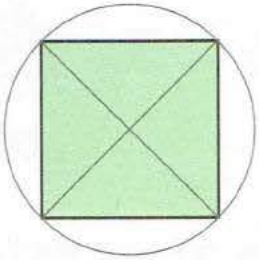
64 La figura muestra un hexágono regular *inscripto* en una circunferencia. Calculen la medida de cada ángulo central y de cada ángulo interior del hexágono.



.....

.....

65 La figura muestra un cuadrado inscripto en una circunferencia. Marquen un ángulo inscripto y un ángulo central que abarquen el mismo arco.
¿Qué relación hay entre las medidas de ambos ángulos?



.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Construcción de polígonos

66 Realicen la siguiente experiencia.

Dibujen seis triángulos equiláteros iguales en un trozo de papel y recórtenlos. Colóquenlos de tal manera que todos tengan un mismo vértice en común y que cada uno comparta dos de sus lados con otros dos triángulos.

a) ¿Qué figura obtuvieron?

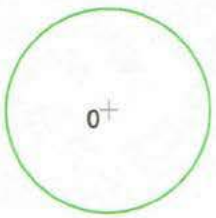
b) ¿Cómo harían para obtener un octógono con el mismo procedimiento? ¿Y para obtener un decágono? ¿Por qué?

Para leer y recordar

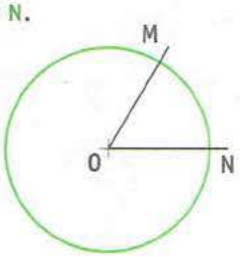
Para construir un polígono regular, por ejemplo, un hexágono, podemos hacer así:

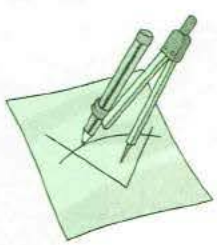
1. Calculamos el ángulo central del polígono dividiendo 360° por la cantidad de lados que tiene el polígono.
En este caso, 360° : 6 = 60°.

2. Trazamos una circunferencia de centro O.

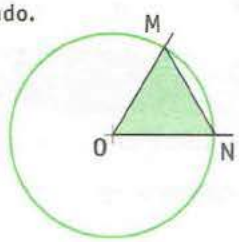


3. Construimos un ángulo central de la medida hallada, que corta a la circunferencia en los puntos M y N.

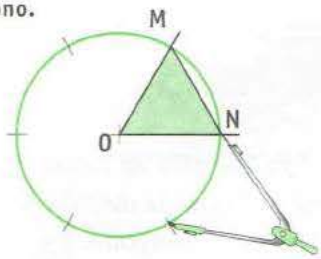




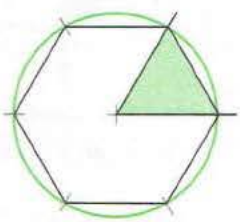
4. Trazamos el lado MN del triángulo OMN. El $\overline{MN}$ es, a su vez, un lado del polígono que estamos construyendo.



5. Tomamos la medida del $\overline{MN}$ con el compás y la trasladamos sobre la circunferencia, sucesivamente, hasta marcar todos los vértices restantes del polígono.



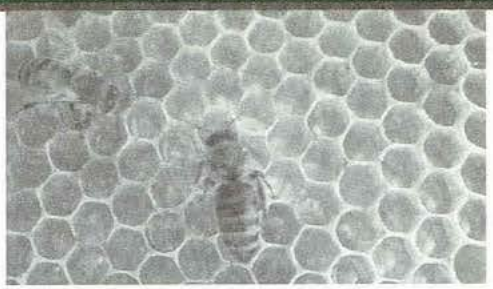
6. Unimos los puntos marcados sobre la circunferencia y obtenemos el polígono buscado.

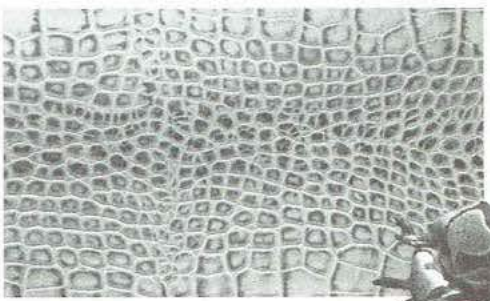


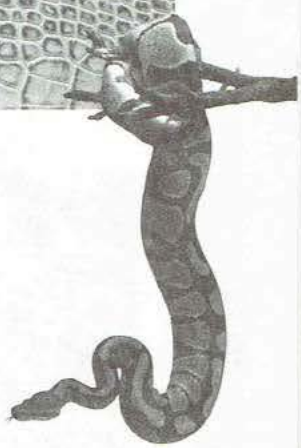
67 Construyan un pentágono, un heptágono y un octógono, que sean regulares.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Embaldosados naturales

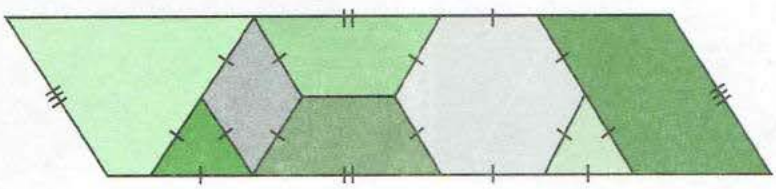






Si observamos la piel de algunos reptiles, o los panales de abejas, o si miramos con un microscopio algunos tejidos vegetales, notamos que la disposición de escamas, celdillas y de células se combinan de manera tal que cubren por completo la superficie que limitan, sin dejar huecos.
En el caso de los panales, las celdillas son hexagonales, pero en otras estructuras, tienen formas diversas.
En Geometría, esa disposición de figuras en forma de embaldosado se llama *cubrimiento del plano* o *teselado*.

68 Observen el siguiente modelo de embaldosado.



a) ¿Qué figuras geométricas lo forman?

.....

b) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de los polígonos que concurren en un punto del embaldosado?

.....

c) Calculen, sin usar el transportador, la medida de los ángulos interiores de cada una de las figuras.

.....

d) ¿De qué otra manera podrían combinarse las mismas figuras para formar un teselado? Dibújenlo.

e) Diseñen un embaldosado con otras figuras distintas de las anteriores.

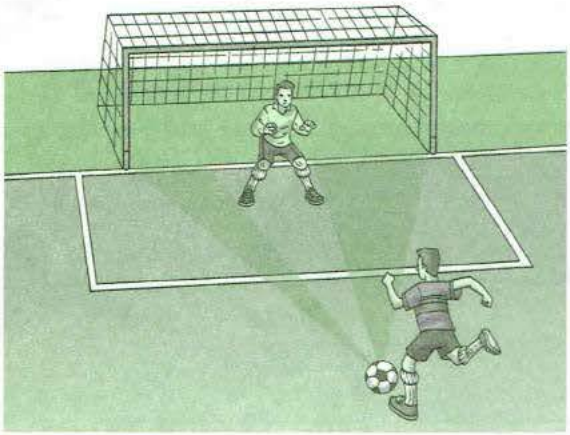
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

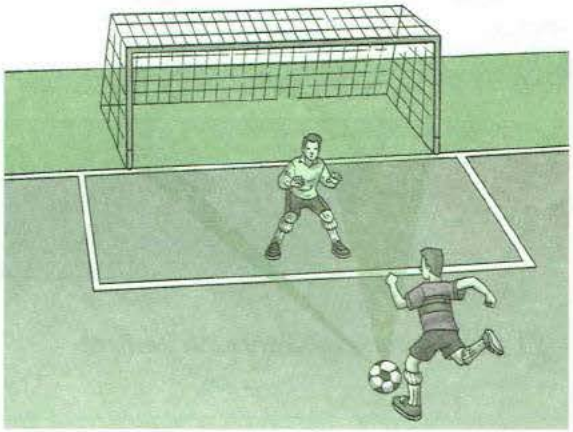
Ángulos en el fútbol: los arqueros y el "achique"

Los entendidos en fútbol clasifican a los arqueros en "atajadores" y "salidores". Llaman arqueros "atajadores" especialmente a los arqueros de épocas pasadas, que recibían muchos goles por algo que ellos consideran un defecto.

Este defecto consiste en quedarse atados a la línea de gol cuando se enfrentan de cerca con un delantero, ya que esto hace que el arco se "agrande" o, mejor dicho, que el ángulo de tiro tenga mayor amplitud.

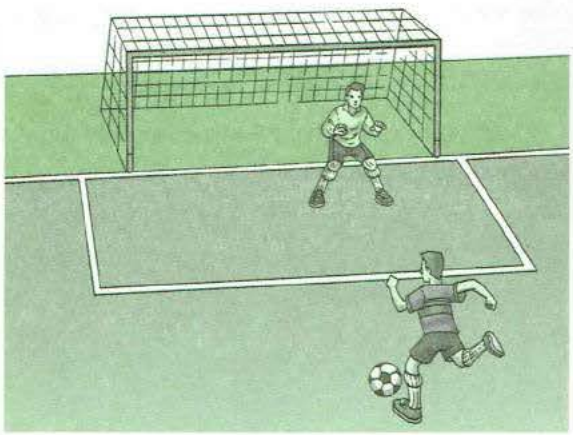
Los arqueros "salidores" son los que abandonan los tres palos y se adelantan para recibir al atacante. Esta posición reduce notablemente el ángulo de tiro y, por lo tanto, dificulta la concreción de goles. Es una actitud que caracteriza a los arqueros actuales y que exige gran concentración, ya que el arquero que decide "salir" debe elegir el momento preciso.

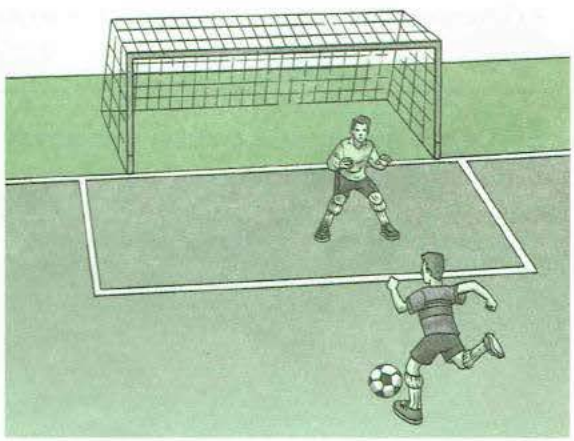




69 Observen las siguientes figuras.

a) Tracen las líneas necesarias para señalar, en cada una, el posible ángulo de tiro.





b) Tomen las medidas necesarias y comparen los ángulos que dibujaron.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

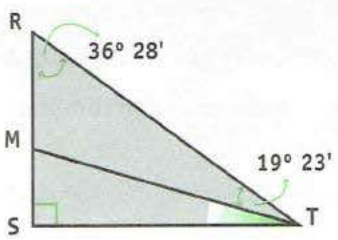
MÁS ACTIVIDADES

70 Completen la tabla.

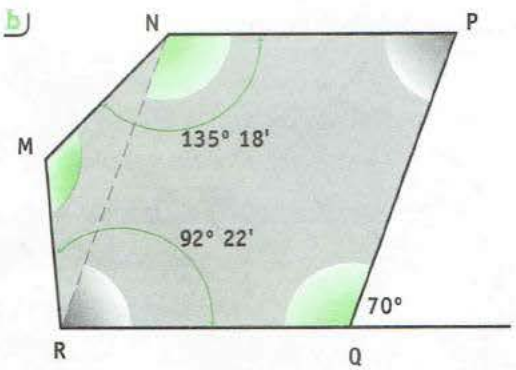
$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	Complemento del $\hat{\alpha}$	Suplemento del $\hat{\beta}$	$\hat{\alpha} + \hat{\beta}$	$\hat{\beta} - \hat{\alpha}$	$2 \cdot \hat{\alpha} - \hat{\beta} : 3$
50° 23′				121° 35′ 39″		
			18° 29′		119° 15′ 48″	
	62° 30′	38° 39′ 44″				

71 Hallen la medida de los ángulos coloreados, teniendo en cuenta que los ángulos que llevan el mismo color son iguales.

a)



b)



72 Un ángulo interior de un eneágono mide 145°. ¿Es posible que el polígono sea regular? Justifiquen la respuesta.

73 ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyos ángulos interiores miden 144° cada uno?

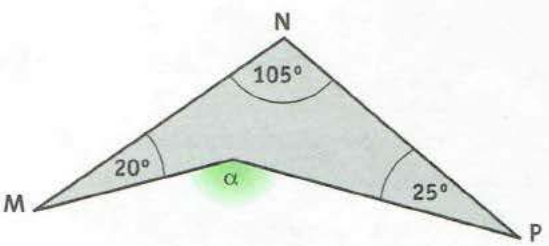
74 Observen la figura y averigüen cuál o cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular la medida del $\hat{\alpha}$.

a) $\hat{M} + \hat{N} + \hat{P}$

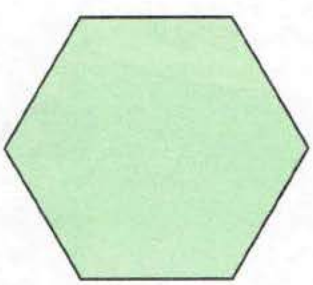
b) $\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} + 180°$

c) $360° - (\hat{M} + \hat{N} + \hat{P})$

d) $360° - \hat{M} + \hat{N} + \hat{P}$



75 En el hexágono regular de la figura, tracen una diagonal que lo divida en un triángulo y otro polígono.
Calculen la medida de cada ángulo interior de ambas figuras.



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

1 Sabiendo que $\hat{\alpha} = 52° 31' 17''$, hallen la medida de los siguientes ángulos.

a) $\hat{\beta}$, complementario del $\hat{\alpha}$.

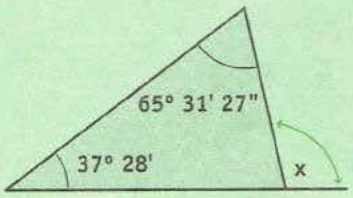
b) $\hat{\delta}$, suplementario del $\hat{\alpha}$.

c) $\hat{\gamma}$, opuesto por el vértice del $\hat{\delta}$.

d) $\hat{\varphi}$, adyacente al $\hat{\beta}$.

2 Para comprar las entradas del recital de los "Cuadraditos de Membrillo", hay que hacer varias cuadras de cola. Juan esperó 2 horas 45 minutos hasta que llegó a la boletería y, por fin, pudo comprar las entradas a las 10:20. ¿A qué hora empezó a hacer la cola?

3 Hallen el valor de x.



4 El ángulo β, que es adyacente a un ángulo interior de un polígono regular, mide 40°.

a) ¿Cuántos lados tiene el polígono?

b) ¿Cuánto suman sus ángulos interiores?

6 Construyan un triángulo **ABC** con los siguientes datos.

$\overline{AB} = 5$ cm

$\hat{B} = 45°$

$\hat{C} = 90°$

Clasifiquen el triángulo **ABC** según sus lados y sus ángulos.

7 Construyan un rectángulo cuyos lados midan 4,5 cm y 6 cm, respectivamente.

8 Identifiquen las afirmaciones falsas y justifiquen sus respuestas.

a) Todos los cuadrados son rectángulos.

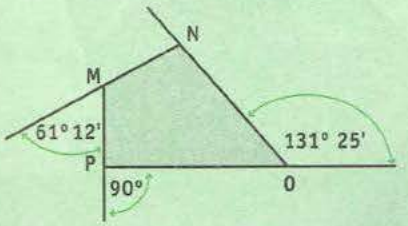
b) Todos los rombos son rectángulos.

c) Algunos paralelogramos son rombos.

d) Algunos rectángulos son rombos.

9 Construyan un eneágono regular.

10 Calculen la medida de los ángulos interiores del cuadrilátero **MNOP**.



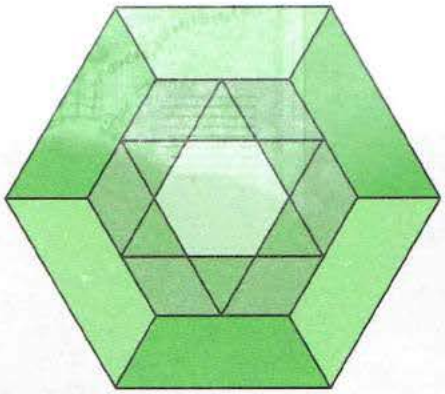
5 ¿Quién de los dos tiene razón, Sandra o Pablo? ¿Por qué?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

ACTIVIDADES INTEGRADORAS

Fede, Rita, Yago y Karin están jugando a los dardos. Para el juego, construyeron un tablero como el de la figura y establecieron reglas para calcular el puntaje de cada jugador de acuerdo con la figura en la que el tiro cae:

- Centro del tablero: 50 puntos
- Hexágono central: 20 puntos.
- Triángulo: 10 puntos.
- Rombo: –5 puntos.
- Trapecio: –10 puntos.



1 Copien la figura del tablero en una hoja y marquen el centro exacto. Expliquen cómo lo hicieron.

.....

2 Fede hizo 6 tiros. Tres de ellos cayeron en los rombos, y los otros tres, en los triángulos. Marquen con una cruz cuál o cuáles de los siguientes cálculos permiten hallar el puntaje de Fede y resuélvanlos.

a) $-15 + 30$

b) $3 \cdot (-5 + 10)$

c) $-5 - 5 - 5 + 10 + 10 + 10$

d) $6 \cdot (-5 + 10)$

3 Karin y Yago hicieron 4 tiros cada uno. Dos de los tiros de ella cayeron en los trapecios; uno cayó en el hexágono, y otro, en un triángulo. Dos de los tiros de Yago cayeron en los rombos, y los otros dos, en los triángulos. ¿Quién obtuvo mayor puntaje?

.....

4 Cuando se aburrieron del juego, Rita propuso hacer la siguiente modificación en los valores de las figuras y en la forma de calcular los puntajes.

- Hexágono central: 17 puntos.
- Triángulo: 13 puntos.
- Rombo: 11 puntos.
- Trapecio: 7 puntos.

Se tira el dardo dos veces seguidas, y se suman los puntos.

a) Karin no estuvo conforme con el cambio porque, en la primera ronda, Fede y ella obtuvieron el mismo puntaje; todos los dardos cayeron en figuras distintas, pero ella estuvo más cerca del centro. ¿En qué figuras cayeron los dardos de Fede y de Karin, respectivamente?

.....

b) Rita dice que, como todos los puntajes son números primos, al sumarlos, el resultado siempre da otro número primo. ¿Es cierto? ¿Por qué?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.

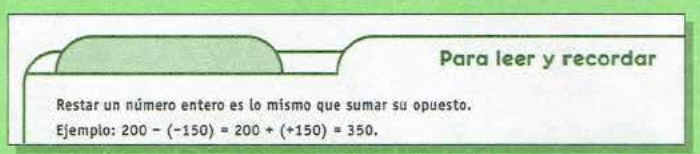
Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.

En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados con aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

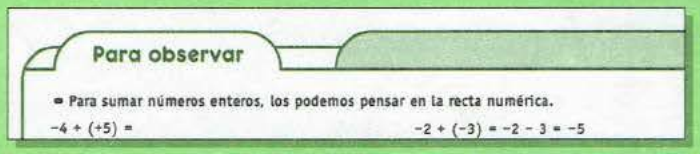
Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.

Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.

Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 2, 4 y 5, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.



Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).



Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE